MICHAEL BOSTELMANN
mail@mbostelmann.de

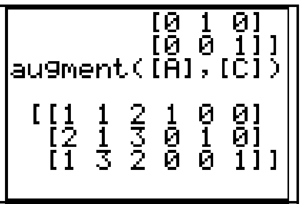
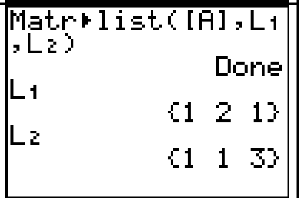
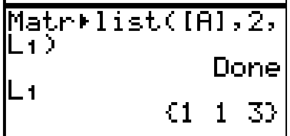
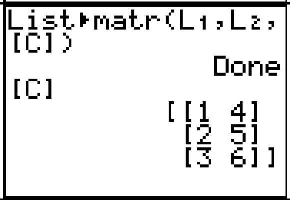
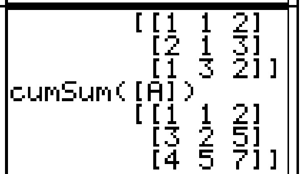
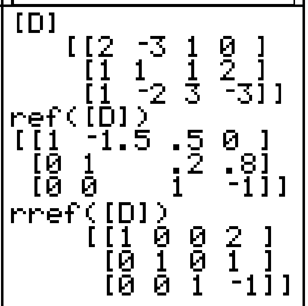
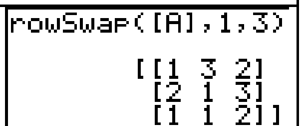
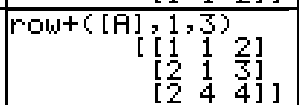
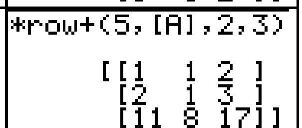
Matrizen mit dem TI-84+

Teil 1: Befehlsübersicht

Unter [2ND][MATRIX]{MATH} findet man folgende Befehlsliste

```
NAMES MATH EDIT
1:det(
2:T
3:dim(
4:Fill(
5:identity(
6:randM(
7:augment(
8:Matr▸list(
9:List▸matr(
0:cumSum(
A:ref(
B:rref(
C:rowSwap(
D:row+(
E:*row(
F:*row+(
```

1	Zuerst definieren wir die Matrix A unter [2ND][MATRIX]{EDIT}. Um die Determinante zu berechnen, wählen Sie aus dem Menü [2ND][MATRIX]{EDIT} die Option **1:det(** aus und geben anschließend den Namen der Matrix ein. Der Name <u>muss</u> aus dem Menü {NAMES} ausgewählt werden.	[A] [[1 1 2] [2 1 3] [1 3 2]] det([A]) 2
2	**2:**^{T} berechnet Transponierte A^T von A. **3:dim(** berechnet die Dimension von A.	[A]^T [[1 2 1] [1 1 3] [2 3 2]] dim([A]) {3 3}
3	**4:Fill** füllt eine <u>bereits existierende</u> Matrix mit einem Wert. Die Matrix B wird zunächst als (leere) 2x3-Matrix definiert.	[[0 0 0] [0 0 0]] Fill(2,[B]) Done [B] [[2 2 2] [2 2 2]]
4	**5:identity(** erzeugt eine Einheitsmatrix.	identity(4) [[1 0 0 0] [0 1 0 0] [0 0 1 0] [0 0 0 1]]
5	**6:randM(** erzeugt eine Zufallsmatrix mit ganzen Zahlen	randM(3,4) [[2 -5 -3 -7] [-7 7 -9 -1] [-3 -4 9 3]]

6	**7:augment(** fügt Matrix B hinter der Matrix A an. Die Dimensionen müssen kompatibel sein. Die 3x3-Einheitsmatrix C wird an A angehängt.	
7	**8:Matr>List(** füllt eine oder mehrere Listen mit den Einträgen der Matrixspalten. Man kann auch eine bestimmte Spalte auswählen.	
8	**9:List>matr(** füllt eine Matrix Spaltenweise mit Elementen aus den Listen. Mit L1={1 2 3} und L2={4,5,6} ergibt sich:	
9	**0:CumSum(** bildet spaltenweise kumulierte Summen.	
10	**A:ref(** erzeugt mittels GAUSS-Algorithmus eine zeilengestaffelte Treppenform (row echelon form). Fügt man an eine Koeffizientenmatrix hinten den Lösungsvektor an, so kann man damit ein Gleichungssystem auf Dreiecksform bringen. Gelöst werden soll das LGS $2x - 3y + z = 0$ $x + y + z = 2$ $x - 2y + 3z = -3$ **B:rref(** erzeugt die reduzierte zeilengestaffelte Treppenform (reduced row echelon form). Hier sind die Lösungen in der letzten Spalte direkt abzulesen.	
11	**C:rowSwap(** erzeugt eine Matrix, bei der zwei Zeile vertauscht sind.	
12	**D:row+(** liefert eine Matrix, bei der eine Zeile zu einer zweiten Addiert wurde.	
13	**E:*row(** liefert eine Matrix, bei der eine Zeile mit einem Wert multipliziert wurde.	
14	**F:*row+(** kombiniert die beiden obigen Befehle.	
15	Auf einzelne Matrixelemente greift man mit Indizes in Klammern zu.	

Teil 2: Übergangsmatrizen

Marktforschung für einen Zeitschriftenverlag

Ein Marktforschungsinstitut wurde von einem Verlag damit beauftragt, das Kaufverhalten der Kunden von zwei Wochenzeitschriften Y und Z des eigenen Verlages zu untersuchen, um so Hilfen für spätere Produktions- und Vertriebsentscheidungen zu liefern. Y und Z unterscheiden sich in der Aufmachung und in der fachlichen Orientierung. Konkurrenzzeitschriften gibt es noch nicht.

Das Institut ermittelt mit Hilfe statistischer Untersuchungen, dass zwischen den beiden Zeitschriften wöchentliche Wechsel der Käufer stattfinden, die sich durch eine sogenannte Übergangstabelle beschreiben lassen:

	von Y	von Z
nach A	80%	5%
nach B	20%	95%

Anfangs (in Woche 0) kauften 2000 Kunden die Zeitschrift Y und 3000 Kunden die Zeitschrift Z.

Wie entwickeln sich die Anteile der Käuferzahlen in Woche 1, Woche 2, ... langfristig?

Mit Y_0=2000 und Z_0=3000 ergibt sich nach einer Woche

$$Y_1 = 0{,}8 \cdot 2000 + 0.05 \cdot 3000 = 1750$$

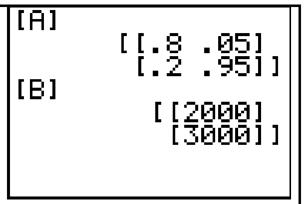
$$Z_1 = 0{,}2 \cdot 2000 + 0.95 \cdot 3000 = 3250$$

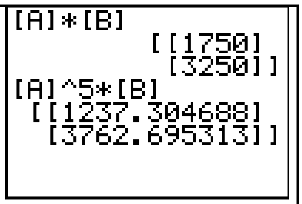
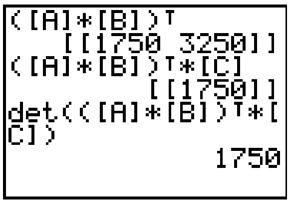
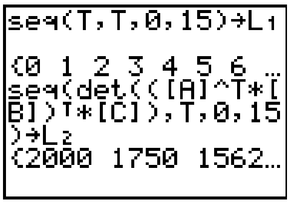
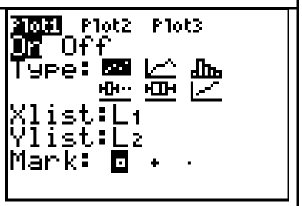
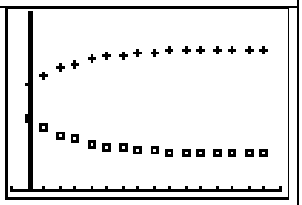
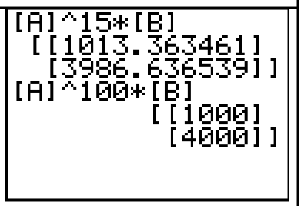
oder

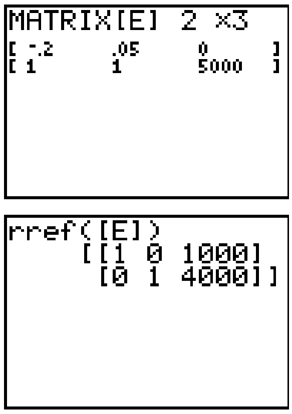
$$\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}05 \\ 0{,}2 & 0{,}95 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2000 \\ 3000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1750 \\ 3250 \end{pmatrix}$$

Allgemein kann man die Kundenentwicklung durch eine <u>Übergangsmatrix</u> **A** und einen <u>Kundenvektor</u> **B_n** beschreiben in der Form:

$$B_n = A^n \cdot B_0$$

1	Zunächst werden die Matrizen A und B als Übergangsmatrix bzw. Kundenvektor definiert.	

2	Dann berechnen wir den Kundenvektor nach 1 Woche bzw. nach 5 Wochen.	
3	Um einen Überblick über den Verlauf der ersten 15 Wochen zu erhalten, ist es sinnvoll, die Kundenzahlen dieses Zeitraums in einer Liste zu speichern, um sie dann grafisch darzustellen. Dazu muss man auf die Komponenten des Kundenvektors zugreifen. Das geht zwar in der Form [B](1,1) aber nicht, wenn statt der Matrix ein Term dort steht, also z.B. <u>([A]*[B])(1,1) funktioniert nicht</u>. Man kann aber den Spaltenvektor [A]*[B] in ein Zeilenvektor transponieren. Multipliziert man den dann mit dem Spaltenvektor C= $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, dann erhält man einen 1x1-Vektor mit dem Wert des ersten Spaltenelements von [A]*[B]. Die Determinante dieser 1x1-Matrix ist dann die Anzahl der Kunden der Zeitschrift Y.	
4	Mit dem Sequenz-Befehle ([2ND][LIST]{OPS}{5:seq(}) lassen sich Folgen als Listen erzeugen. Damit erstellen wir nun die Liste L1 mit den Wochen von 0 bis 15 sowie die Listen L2 und L3 mit den Kundenzahlen der Zeitschriften Y und Z. Um die Kundenzahlen der Zeitschrift Z herauszuziehen, muss man analog den Vektor D= $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ verwenden	
5	Erstellen Sie nun den Plot 1, um die Entwicklung der Kundenzahlen von Y grafisch darzustellen und analog den Plot 2 für die Kundenzahlen für Z. Verwenden Sie bei Plot 2 die Kreuze als Markierung.	
6	Stellen sie das Grafikfenster auf den Bereich x=-1..16 und y=0..5000 ein und schauen Sie sich die Graphen an. Das sieht nach einer Stabilisierung aus.	
7	Dies wollen wir rechnerisch nachprüfen. Offenbar stabilisiert sich die Situation bei 1000 Kunden für Y und 4000 Kunden für Z. Testen Sie das für andere Anfangsverteilungen der 5000 Kunden.	

8	Offenbar bleibt der Vektor [1000,4000] invariant unter der Multiplikation mit der Matrix A Es handelt sich um einen Eigenvektor). Ein solcher [x,y] erfüllt die Gleichung $A\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$. Dies führt auf das Gleichungssystem: $0{,}8x + 0.05\,y = x \quad \Leftrightarrow \quad -0{,}2x + 0.05y = 0$ $0{,}2x + 0{,}95y = y \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}2x - 0{,}05y = 0$ Diese beiden Gleichungen sind aber äquivalent, somit wäre das LGS unterbestimmt. Wir haben aber noch die Gleichung x + y = 5000. Diese tauschen wir gegen die untere Gleichung aus. Um das LGS zu lösen, definieren wir eine entsprechende Koeffizientenmatrix E und verwenden rref.	

Eine Fülle von Material zur Anwendung von Matrizen finden Sie unter:

http://www.learn-line.nrw.de/angebote/selma/foyer/projekte/hammproj3/start.htm